

# Sugar 制約ソルバーを用いた組合せ構造の探索

情報科学科 宮澤 侑希

指導教員：平尾 将剛

## 1 はじめに

**組合せ論**の代表的な研究のひとつに与えられた制約条件を満たす組合せ構造を具体的に探索する問題がある。例えば、**BIB デザイン**、**光直交符号 (OOC)**、**空間直交符号 (OOSPC)** などが代表的な研究対象である。これら組合せ構造の中には、数学的に存在証明することが容易ではないもの、また、具体的にその組合せ構造を取り出す事が非常に困難なものが存在する。

一方、与えられた制約条件を**充足可能性問題 (SAT)**に変換することにより、計算機を用いて効率的に求解しようとする研究がある。その中でも田村ら [4] は、**Sugar 制約ソルバー**を開発し、それを用いて BIB デザインの効率的な探索を行っている。

本研究では、この Sugar 制約ソルバーを用い、BIB デザイン以外の組合せ構造の探索を行い、未解決問題の進展を図ることを目標とする。

## 2 探索対象

本研究で探索する組合せ構造は、主に滝本 [3]、澤 [1] で取り上げられているクラスの光直交符号、空間直交符号とする。滝本 [3] では、光直交符号の存在問題を最大クリーク探索問題と結びつけて求解し、光直交符号の探索範囲を大幅に拡大しているが、それでも尚、符号語数の上限値がわからないパラメータが多く散在している。また澤 [1] では、空間直交符号について、特に最大符号語数を持つ  $(6, n, 4, 2)$ -OOSPC の理論的構成法について考察しているが、 $n \geq 6$  の場合においては、具体的な符号を構成できていない。そこで、これらの符号について Sugar 制約ソルバーで最大符号語数を達成するものを探索する。

## 3 光直交符号 (OOC)

探索対象のひとつである光直交符号を紹介する。光直交符号とは、次の 2 つの特性を満たす一定なハミング重み  $w$  を持つ長さ  $n$  の  $(0, 1)$ -sequence の集まり  $\mathcal{C}$  のことである。

- (i) 任意の符号語  $x = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) \in \mathcal{C}$  と任意の整数  $\tau \neq 0 \pmod{n}$  に対し、

$$\sum_{i=0}^{n-1} x_i x_{i \oplus \tau} \leq \lambda;$$

- (ii) 任意の異なる符号語  $x, y \in \mathcal{C}$  と任意の整数  $\tau \neq 0 \pmod{n}$  に対し、

$$\sum_{i=0}^{n-1} x_i y_{i \oplus \tau} \leq \lambda.$$

ここで  $\oplus$  は  $n$  を法とする加法を表す。このような直交符号を  $(n, w, \lambda)$ -OOC と書き、 $\lambda$  を相関制約という。

次の不等式は光直交符号の最大符号語数を決定するために重要である。

**Theorem 3.1 ([2])**  $(n, w, \lambda)$ -OOC の符号語の最大数を  $\Phi(n, w, \lambda)$  で表すとき、

$$\Phi(n, w, \lambda) \leq \lfloor \frac{1}{w} \lfloor \frac{n-1}{w-1} \lfloor \dots \lfloor \frac{n-\lambda}{w-\lambda} \rfloor \dots \rfloor \rfloor =: J(n, w, \lambda).$$

空間直交符号は、光直交符号に更に制約条件を加えた組合せ構造である。定義等については、本論文や澤 [1] を参照して欲しい。

## 4 探索結果

得られた結果の一部を紹介する。OOC について  $J := J(n, 6, 1)$  とし、 $\Phi$  は今回の探索で判定した真の最大符号語数である。

表 1  $(n, 6, 1)$ -OOC の探索結果

$n$	$J$	$\Phi$	符号語
32	1	0	-
33	1	0	-
34	1	0	-
60	1	1	{0, 1, 25, 28, 38, 42}

また、OOSPC について  $J'$  を Theorem 3.1 の類似で得られる符号語数の上界とし、 $\phi$  を今回確認した最大符号語数とする。

表 2  $(6, 6, 4, 2)$ -OOSPC の探索結果

$J'$	$\phi$
49	46

## 5 まとめと今後の課題

今回、Sugar 制約ソルバーを用いて符号語の探索を行うことにより、先行研究よりも正確により多く探索することが可能になった。これまで最大符号語数の理論値に達していない符号語に対して、その符号語数が最大であるかを判定することは容易では無かったが、Sugar 制約ソルバーを用いると計算速度が飛躍的に向上し、多くのパラメータに対して判定することが可能になった。今後の課題としては、計算速度をさらに上げるために、各組合せ構造の数学的性質に特化したプログラムを考える必要がある。さらに今回用いたソルバー以外のものを使用し、計算性能の比較検討もする必要がある。

## 参考文献

- [1] M. Sawa, “Optical Orthogonal Signature Pattern Codes with Maximum Collision Parameter 2 and Weight 4”, IEEE Transactions on Information Theory, vol. 56, no. 7, pp. 3613–3620, 2010
- [2] S.M. Jhonson, “A new upper bound for error-correcting codes”, IEEE Trans. Inf. Theory, vol. IT-8, pp. 203–207, 1962
- [3] 滝本 敦史, “光直交符号とクリーク探索”, 東京理科大学 平成 26 年度卒業研究論文, 2015
- [4] 松中 春樹, 丹生 智也, 番原 陸則, 田村 直之, “SAT 符号化を用いた釣合い型不完備ブロック計画の構成”, The 25th Annual Conference of the Japanese Society for Artificial Intelligence, 3J1-OS7-2, pp. 1–4, 2011